

2019年度 卒業論文

〇〇を考慮した××の
構造形態創生手法の開発

北九州市立大学国際環境工学部
建築デザイン学科 藤田研究室

北九太郎

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	既往の研究	2
1.3	研究の目的と方法	5
1.4	論文の構成	6
第 2 章	結論	8
付録 A	〇〇の定式化	9
参考文献		10
	謝辞	13

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

建築と幾何学は密接に関係している。例えば、ガウディ建築の最高傑作と名高いグエル教会や、サグラダファミリアなどには、カテナリーアーチが多用され、幾何学が建築構造体としての物理学へ昇華された傑作といえる。その他にも、裁断球殻により構成されるクレスゲ・オーディトリウム (エーロ・サーリネン 1955), EP 曲面により構成されるジョン・F・ケネディ国際空港の TWA ターミナルビル (エーロ・サーリネン 1962), HP 曲面により構成されるソチミルコのレストラン (フェリックス・キャンデラ 1957) や、同じく HP 曲面を用いた東京カテドラル聖マリア大聖堂 (丹下健三 1964) など、幾何学が建築に取り入れられた例は枚挙にいとまがない。

一方で、施工技術や解析技術の進歩に伴い、近年では、古典的な幾何学にとらわれない自由な形態を有する建築構造物もみられるようになった。北京オリンピックのメインスタジアム (ヘルツォーク&ド・ムーロン 2008) や、まだ記憶に新しい新国立競技場の設計コンペ 1 等案 (ザハ・ハディド 2012) などは、一見すると形態に幾何学を見出すことのできない複雑なフォルムを有している。他方、幾何学の世界で 1950 年代以降、船体や車両のフォルムの表現のために生み出されたパラメトリック曲面と呼ばれる形状表現自由度の高い曲面が、CAD, CAM 技術の発展とともに建築の世界にも取り入れられるようになり、前述のような複雑な形態もかなりの精度で表現が可能となっており、スプライン曲面により構成されるロレックス・ラーニング・センター (SANAA2010) などに応用されている。

建築における幾何学とは、すなわちその形態を指すので、意匠的な側面に目を奪われがちであるが、それはあくまで建築を構成する数ある要素の 1 つに過ぎない。建築形態と力学形態の結びつきは不可避であり、建築構造物の創生に際し造形的な形を追求したとしても、力学的な要求を満たすことが必要である。建築にはスケールがあり、そこで構造と融合することが重要となる¹⁾。とりわけ、シェルなどの大空間構造物は、形の持つ強さによって大スパンを可能にしてきた構造形式であり、シェル構造の形を変えることは、力学的な強

さを変えることに直接的に繋がることから、シェル構造に対して力学的な機能を追求することは非常に重要である。一方で建築は、機械製品のように画一大量生産されるものではないことに加え、施工性、経済性、社会性、審美性といった多様な要求を満足することが求められる特異な存在である²⁾。デザインとしては優れていても、その形が複雑であれば、部材の取り合いが複雑化し、施工が困難となったり、製作が不可能となる。また、三角形の部屋は使いにくいなどといったように、建築の形は、機能性にも強い相関がある。建築に求められる制約条件の多くは、建築の形態に課せられるものであり、幾何学とは切り離すことのできない存在である。

近年、力学的性能を最大化するような建築形態を求める手法の研究が盛んに行われている。力学的性能というのは、前述のとおりシェル構造におけるもっとも重要な構成要素の1つであると同時に、数学的定式化になじみやすい要素であるといえる。一方で、建築は力学だけでは成立しない。幾何学と密接に関係している数多くの非力学的性能を高いレベルで満足することが求められ、複雑な形態が求められる現代において、それらを設計者の経験や直感だけで満足するのは極めて困難である。

幾何学とは、モノの形をはかる学問分野の総称である。建築に求められる多様な条件を満足するために、幾何学的制約を定量的な形で与えることができれば、設計のプロセスにおいて合理的な形態を導き出す一助となると考えられる。

1.2 既往の研究

シェル構造に対して力学的な機能を最大化するような形態を求める研究はこれまでに多く存在する。まず、連続体シェルを扱った研究について、ここでは特にシェル中央面の形状決定問題を扱ったものを挙げる。この種の研究については、1908年のMilankovic³⁾の研究が世界で最初とされている。そこでは、シェル断面内の応力が同時に材料強度に達することを意図して、曲面全体で膜応力が一様となる条件を膜力の釣り合い方程式に与え、これを満たすシェル厚の中央面の形状を求める問題として扱われている。外力は自重と液体の内圧が与えられている。この等応力曲面を求める問題は、Flügge⁴⁾などによっても解かれている。特に液体の内圧による解は、表面張力による水滴の形状に対応し、実際の液体タンクとして設計されている。ところで、組み合わせ応力下では材料の破壊条件はより複雑であり、実際には膜応力を一様とすることは適切ではない。Biezeno⁵⁾はこれを指摘し、トレスカの降伏条件を膜応力の満たすべき条件として与え、シェル曲面の強度を一様とする問題を扱っている。同様の問題はStubble⁶⁾、Brown⁷⁾などによっても扱われている。以上の研究は、いずれも膜力の釣り合い式に、応力分布を指定するかあるいは分布に関して何らかの条件を与えて釣り合い形状を求めるもので、曲げによる影響は考慮されていない。このほか、シェル曲面を決定する簡単な方法として、柔軟な膜の大変形解析を行い、変形後の釣り合い形状を利用するものも見られる⁸⁾。曲げモーメントの発生しないシェルの形

状を解析的に求めたものに Horne⁹⁾ の研究がある。そこでは、分布外力は考慮されていないものの、シェル上下端に一定の鉛直力を受ける軸対称シェルに対し、膜の基礎方程式に曲率変化が 0 という条件を付加して、シェル形状の満たすべき微分方程式を導出し、解を求めている。

これら初期の研究は、最適なシェルの形態が満たすべき条件を仮定して基礎方程式に与え、形状を求めるかあるいは残された変数の関係を調査したものである。それに対して、機械工学の分野では最適化手法が発展している。最適化手法は、物理的な機能を最大限に発揮するような形態を得るための強力なツールとして、航空機や自動車の形状決定に利用されるようになり、汎用ソフトウェアも主として機械設計向けに市販されるまでになったが、建築構造設計の分野での実用化は大きく遅れていた。これは、前述したように、建築に要求される項目の多さ、ならびに一品生産であることなどが原因として挙げられる。しかし、解析技術の進歩、最適化手法の発展、整備により 1970 年代には数理計画法に基づく建築構造物の最適設計法の概念が明確な形で表れてきた。これは、従来の解仮定型の形状決定問題とは異なり、構造形態を決める各部の寸法、形状を代表する値を変数とし、その構造物のある種の目的関数を定め、数学的な最適化に関する種々の方法を用いて、与えられた制約条件下で目的関数を最大あるいは最小とする変数を決める方法である。数理計画法による最適設計問題は、主にトラスや骨組構造の力学的な制約下における最小重量設計問題を中心に発展した。トラスの最小重量問題において、節点座標を設計変数として形状最適化を行った初期のものとして Pedersen¹⁰⁾ による研究がある。連続体シェルの最適化問題においても、数理計画法を用いた感度解析による逐次修正が行われ、構造解析には有限要素法のような離散化手法が広く用いられるようになった。シェルの形状を設計変数とし、応力の最大値を目的関数として最適化を行ったものに、Trompette and Marcelin¹¹⁾、Younsheng¹²⁾、Barbosa and Soares¹³⁾ らの研究などがある。これらはいずれも軸対称シェルを扱っている。また、この頃より、航空機や自動車の設計に利用されてきた CAGD(Computer Aided Geometric Design)¹⁴⁾⁻¹⁷⁾ と呼ばれる、パラメトリックな表現により曲面を生成する手法が、建築の分野でも応用が見られるようになる。Ramm¹⁸⁾ は、パラメトリック曲面の 1 つであるベジエ曲面を用いてシェルの曲面を記述し、最適化問題として外力により生ずるひずみエネルギーを目的関数とし、制約に構造材の体積一定の条件を与えており、Isler¹⁹⁾ のシェルに見られるような点支持されたシェルを解析対象とし、剛性の高いシェル形状を求めている。文献²⁰⁾ ではこの問題における最適形状の、シェル縁におけるミーゼス応力の分布が示されており、幾何学的な形状と比べて応力集中が回避される結果が示されている。また、同文献中には、膜の大変形解析により形状決定された四点支持 RC シェルによる載荷実験、材料及び幾何学的非線形解析の結果も示されている。なお、Hinton ら²¹⁾ は同様にひずみエネルギーを目的関数とし、帯板要素を用いて筒状シェルの形状最適化を行っている。この文献では膜応力、曲げモーメント、せん断力のひずみエネルギーに対する寄与率が示されており、最適解では膜応力が支配的になることが示されている。近年では、パ

ラメトリック曲面によりシェル形状を記述し、ひずみエネルギーの感度係数に基づいて自由曲面シェルの形状を決定する手法が実設計に応用されている²²⁾。近年では、曲面の形状のみならず、厚さもラメトリックに最適化の変数として扱った研究も見られる^{23),24)}。

一方、ラチスシェルの形状最適化問題においても同様のアプローチとして、ベジエ曲面で記述されたシェルの形状や剛性分布を最大化した Ohsaki ら²⁵⁾の研究や、形状初期不整による座屈荷重の減少を考慮に入れた指標である RS 座屈荷重係数を最大化した山本ら²⁶⁾の研究などが挙げられる。RS 座屈荷重係数については、藤田ら²⁷⁾によって連続体シェルを対象とした形状最適化問題にも目的関数として取り入れられている。ラチスシェルは、連続体シェルと異なり、規格化された部材を用いるのが一般的であり、断面形状を最適化する場合、規格化された部材をリストから選択し配置する問題設定を行うことが望まれる。広義には形状最適化問題に含める場合も多いが、この種の問題は特に位相最適化問題と呼ばれ、離散変数問題となるため、断面形状を設計変数とする際は数理計画法に変わる発見的な手法によって解を求めることが多い。このような発見的な手法に基づく形状最適化問題は、2次元トラスやラーメン骨組などに多く適用例が見られる。発見的な手法に基づく最適化手法は、数理計画法に代表される理論的な最適化手法と比べ、非常に汎用性に優れた手法であり、離散変数問題を扱うことが容易である反面、計算コストが大きく、大規模問題に対して実用的な時間内に最適形状を得るためには様々なパラメータのチューニングが必要であることから、シェルなどの大規模構造物を対象とした研究はあまり行われていない。

近年では、建築に対する考え方は機能主義が支配するその他の工業製品とは一線を画し、建築における主要な機能である力学的な合理性とは別の様々な要求性能を満足することを目指した研究が行われている。特に、発見的な手法に基づくアルゴリズムによる最適化手法は、比較的小規模な問題において近年実設計に多く取り入れられるようになり、アルゴリズムミックデザイン²⁸⁾と呼ばれ1つの設計手法としての地位を確立しつつある。

一方、幾何学的制約を考慮したシェルの形状決定問題に対しては、数理計画法を用いたいくつかの手法が提案されている。Ohsaki ら^{29),30)}は、曲面計量を目的関数とすることで意匠性の定量的評価を試みている。浜田ら³¹⁾は、デザイナーのイメージする曲面を初期形状とすることで、初期形状と最適形状との節点座標の差のノルムを目的関数として意匠性を評価している。近年では、建築構造物にかけられる施工費などが抑制傾向にあり、コスト面の制約も課題となっており、Tang³²⁾は様々なジオメトリに整形可能で、再利用可能な木製型枠の提案を行っている。ラチスシェルを対象とした研究としては、部材長の種類を少なくすることを目的とした小河ら³³⁾の研究が挙げられる。そこでは、部材長の完全な一様化は達成されていないものの、長さの近い数種類の部材で構成され、かつ線形座屈荷重が最大化された曲面を得ている。また、Kuijvenhoven ら³⁴⁾により、あらかじめ与えられた幾何学形状に対して合理的なグリッド配置を行う手法も提案されている。しかし、これら幾何学的制約を考慮に入れた最適化問題は、その定式化の難しさから、感度解析を必要とする数理計画法による研究は数が少なく、さらなる発展が望まれる。

1.3 研究の目的と方法

本研究の目的は、力学的性能に加えて、幾何学的制約を考慮したシェル曲面形状創生手法の提案である。意匠性や建築計画、施工性等、特に非力学的性能に関わる曲面の幾何学的特性は、その定式化の難しさから、形状最適化問題にこれまで組み込まれてこなかった。そこで本研究では、幾何学的特性を評価可能な数学的指標を提案し、提案した指標を実際に曲面の形状最適化問題に組み込むことによってその適用性を検証する。数多くの解析モデルを取り扱い、手法の汎用性を示すとともに、幾何学的制約を考慮することで形状最適化という数学的に美しい形態創生手法の適用範囲を広げ、本研究が理論的手法に基づく構造形態創生手法を実設計に利用するための礎となることを目指す。

本研究では、シェル構造物を対象とする。複雑な曲面形状を十分な精度で離散化して節点座標をすべて未知量とすると、数理計画法によって最適解を得ることが難しい場合がある。そのような問題に対し、既往の研究では、少数のパラメータで複雑な曲面を表現することが可能であるスプライン曲面が広く用いられている。スプライン曲面の中でも、最も古典的なものがベジエ曲面であり、これにより曲面の形状記述を行い未知量の数を低減したうえで形状最適化を行うアプローチは Ramm¹⁸⁾ らにより有効性が確かめられており、これにより曲面形状の滑らかさを保ったまま形状表現の自由度を大きく損なわずに、大幅な未知量の低減ができる。

形状表現にベジエ曲面を用いて、まず、連続体シェルの形状最適化を行う。力学的性能として本研究では剛性に着目している。従来より、剛性を高めるには、ひずみエネルギーが最小となる形態を求めることが最も合理的であり、既往の研究でも多く実践されている。よって本研究でも、力学的性能の指標としてひずみエネルギーを採用し、これを目的関数として最小化することを基本とする。さらに、代数不変量により曲面の凹凸や山谷を制御することで、意匠性や建築計画に関わる曲面の幾何学的特性を考慮する。また、施工性については、曲面の平面への展開可能性に着目する。型枠作成が容易となることを目的として、曲面が平面に展開可能な曲面(可展面)となるような制約を最適化問題に付加する。また、曲面を直線に展開可能な曲面(線織面)となるような最適化問題の定式化も行う。

ラチスシェルについても同様に、形状表現にベジエ曲面を用いた形状最適化問題を取り扱う。ラチスシェルの幾何学的制約については、部材長の一様性に着目する。曲面を構成する部材の長さをすべて完全に一様化することで、施工性に優れたラチスシェルの形態を模索する。また、部材長のばらつきを制御することで、意匠性に関わる網目の均一性を制御する。部材長を制御する指標としては、部材長の平均部材長からの差の二乗和を採用する。

1.4 論文の構成

論文の構成は以下の通りである。

第2章では、本研究において非力学的性能の評価指標として用いる曲面の代数不変量について概説する。本研究では特に、ベジエ曲面から抽出される代数不変量について、パラメトリック空間上においてそれらを定義し、詳細な定式化を行う。また、型枠の製作上有利な曲面である可展面と線織面についても概説する。

第3章では、連続体シェルを対象とし、代数不変量を考慮した形状最適化手法について述べる。曲面形状をベジエ曲面により表現し未知量の数を低減させた上で、曲面から抽出される代数不変量に制約を有する制約条件付き単一目的最適化問題を定式化し、逐次二次計画法により解くことで、様々な幾何学的特性を有する曲面形状を導く。解析モデルはテンソル積ベジエ曲面で形状記述されるものと、三角形パッチベジエ曲面で形状記述されるものを扱い、様々な解析モデルを通じて得られた曲面の特徴について考察する。

第4章では、連続体シェルを対象とし、展開可能性を考慮した形状最適化手法について述べる。曲面形状をベジエ曲面により表現し未知量の数を低減させた上で、曲面上の任意の点で Gauss 曲率が0となる制約を与えることにより、曲面を可展面とするような制約条件付き単一目的最適化問題を定式化し、逐次二次計画法により解くことで、展開図を作成可能な曲面形状を導く。解析モデルは3章と同様、テンソル積ベジエ曲面で形状記述されるものと、三角形パッチベジエ曲面で形状記述されるものを扱い、様々な解析モデルを通じて得られた曲面の特徴について考察する。

第5章では、連続体シェルを対象とし、可展面と同様に型枠作成上有利な曲面である、線織面で定義される曲面の形状最適化手法について述べる。可展面は、線織面の特別な場合であり、幾何学的制約が極めて厳しいため、得られる形状が錐面や柱面に限定される欠点がある。曲面が線織面となるように代数的に制約を付加することは難しいため、本章では形状を線織面に限定する。2つのベジエ曲線のパラメータの等しい点を結んだ直線の集合で線織面を形成し、その制御点座標を設計変数とすることで形状最適化を試みる。整形な形状から不整形な形状まで様々な解析モデルを通じて得られた線織面の特徴について考察する。

第6章では、ラチスシェルを対象とし、部材長制約を考慮した形状最適化手法について述べる。曲面形状をベジエ曲面により表現し未知量の数を低減させた上で、曲面を構成する部材の長さを一様化するような制約を有する制約条件付き単一目的最適化問題を定式化し、逐次二次計画法により解くことで、部材長のばらつきを定量的に制御する。また、完全部材長一様化制約を課すことで、すべて同じ長さを持った部材で構成可能な曲面形状を導く。解析モデルは3章と同様、テンソル積ベジエ曲面で形状記述されるものと、三角形パッチベジエ曲面で形状記述されるものを扱い、設計変数の取り方の違いによる最適解の

違いにも着目しながら様々な解析モデルを通じて得られた曲面の特徴について考察する。

第7章では、本研究について総括し、今後の展望について述べる。

第 2 章

結論

本論文では，シェル構造物を対象とし，幾何学的制約を考慮した形状最適化手法を提案し，手法の有効性を検討した。

本論文の内容および成果は以下のようにまとめられる。

．．．．

付録 A

〇〇の定式化

付録は必要に応じて追加する。なければ\appendix ごと削除が良い。

参考文献

- 1) 金箱温春 (訳) : 建築家の講義 サンチャゴ・カラトラバ, 丸善出版株式会社, 2009.
- 2) 大森博司 : 変身するコンピュータ, 建築雑誌, No. 1535, pp. 20–21, 2005.
- 3) M. Milankovic : O membranama jednakog otpora, rad.jugoslovenske akademije, *Zagreb*, Vol. 175, pp. 140–152, 1908.
- 4) W. Flugge : *Statik und Dynamik der Schalen*, Berlin Verlag von Julius Springer, 1934(japanese translation).
- 5) C. B. Biezeno : Bijdrage tot de berekening van ketelfronten, *de Ingenieur*, Vol. 37, p. 781, 1922.
- 6) R. A. Struble : Biezeno pressure vessel heads, *J. Appl. Mech*, Vol. 23, pp. 642–645, 1956.
- 7) E. H. Brown : The minimum weight design of closed shells of revolution, *Quart. J. Mech. and Appl. Math*, Vol. 15, pp. 109–128, 1962.
- 8) P. G. Smith and E. L. Wilson : Automatic design of shell structures, ASCE, *J. Struct. Div*, Vol. 97, No. 1, pp. 191–201, 1971.
- 9) M. R. Horne : Shells with zero bending stresses, *J. Mech. and Physics of Solids*, Vol. 2, No. 2, pp. 117–126, 1954.
- 10) P. Pedersen : On the minimum mass layout of trusses, *AGARD Conference Proceedings*, No. 36, 1970.
- 11) Ph. Trompette and J. L. Mercelin : On the choice of the objectives in shape optimization, *Engineering Optimization*, 11, (1/2), pp. 92–109, 1987.
- 12) L. Younsheng : Sensitivity analysis in shape optimization design for a pressure vessel, *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, 49, pp. 387–397, 1992.
- 13) J. I. Barbosa and C. M. Soares : Sensitivity analysis and shape optimal design of axisymmetric shell structures, *Computing Systems in Engineering*, Vol. 2, No. 5-6, pp. 525–533, 1991.
- 14) I. D. Faux and M. J. Pratt : *Computational Geometry for Design and Manufacture*, Ellis Horwood, 1979.
- 15) G. Farin : *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic

- Press, 1988.
- 16) D. F. Rogers and J. A. Adams : *Mathematical Elements for Computer Graphics*, McGraw-Hill, 1990.
 - 17) R. E. Barnhill : *Geometry Proceeding for Design and Manufacturing*, SIAM, 1992.
 - 18) E. Ramm : Shape finding methods of shells, *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures(IASS)*, Vol. 33, pp. 89–99, 1992.
 - 19) H. Isler : Generating shell shapes by physical experiments, *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures(IASS)*, Vol. 34, pp. 53–63, 1993.
 - 20) E. Ramm and G. Mehlhorn : On shape finding methods and ultimate load analyses of reinforced concrete shells, *Eng. Struct.*, Vol. 13, pp. 178–198, 1991.
 - 21) E. Hinton and N. V. R. Rao : Structural shape optimization of shells and folded plates using two-noded finite strips, *Computers & Structures*, Vol. 46, No. 6, pp. 1055–2072, 1993.
 - 22) 佐々木睦朗 : FLUX STRUCTURE フラックスストラクチャー, T O T O 出版, 2005.
 - 23) 木村俊明, 大森博司 : 形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用—自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 2) —, *日本建築学会構造系論文集*, No. 648, pp. 367–376, 2010.
 - 24) L. F. R. Espath, R. V. Linn, and A. M. Awruch : Shape optimization of shell structures based on nurbs description using automatic differentiation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 88, No. 18, pp. 613–636, 2011.
 - 25) M. Ohsaki, T. Nakamura, and M. Kohiyama : Shape optimization of double-layer space truss described by a parametric surface, *International Journal of Space Structures*, Vol. 12, No. 2, pp. 109–119, 1997.
 - 26) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司 : R_s 座屈荷重係数を目的関数とした単層ラチスドームの形状最適化, *構造工学論文集*, Vol. 54B, pp. 345–352, 2008.
 - 27) 藤田慎之輔, 大森博司, 木村俊明 : 自由曲面シェル構造の形態創生手法への構造安定性評価の導入, *コロキウム構造形態の解析と創生 2008*, pp. 97–102, 2008.
 - 28) 日本建築学会 : アルゴリズムックデザイン, 鹿島出版会, 2009.
 - 29) M. Ohsaki and M. Hayashi : Fairness metrics for shape optimization of ribbed shells, *J. Int. Assoc. Shells and Spatial Struct.*, Vol. 41, No. 1, pp. 31–39, 2000.
 - 30) M. Ohsaki, T. Ogawa, and R. Tateishi : Shape optimization of curves and surfaces considering fairness metrics and elastic stiffness, *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 24, pp. 449–456, 2003.
 - 31) 浜田英明, 大森博司 : 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の

構造形態創生法の提案: その2 最適性条件による理論的解法, 日本建築学会構造系論文集, No. 618, pp. 143–150, 2007.

- 32) G. Tang : Deployable gridshells and their application as a physical form finding tool: Constructing an innovative life-size strained timber gridshell, *Proc. IABSE-IASS Symposium 2011*, Paper No.FF-274, 2003.
- 33) 小河利行, 大崎純, 立石理恵 : 線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, No. 570, pp. 129–136, 2003.
- 34) M. Kuijvenhoven and P.C.J. Hoogenboom : Particle-spring method for form finding grid shell structures consisting of flexible members, *J. Int. Assoc. Shells and Spatial Struct.*, Vol. 53, No. 1, pp. 31–38, 2012.

謝辞

ありがとう